



به نام خدا

مدرس: میهن خواه

شناسایی سیستم ها

موعده تحویل: دوشنبه ۱۴۰۰/۰۳/۱۰ فقط از طریق سامانه آموزش مجازی دانشگاه

تمرین سری دوم: شناسایی سیستم های خطی ایستا (روش های RLS با فاکتور فراموشی و OLS)

در این سری از تمرین ها، قصد داریم جنبه های مختلف رگرسیون خطی را بررسی کرده و کارایی روش کمترین مربعات (Least Square) و مشتقات آن را در تخمین پارامترها و شناسایی ساختار تحقیق نماییم.

نرم افزار MATLAB محیطی مناسب برای انجام این تمرین ها می باشد. نهایتاً انتظار می رود که هر یک از دانشجویان یک گزارش شامل نتایج عددی، نمودارهای بدست آمده و تحلیل های خود به همراه mfile های نوشته شده حاوی توضیحات مختصر بر روی خطوط کد (Comment) را در سامانه آموزش مجازی دانشگاه ارسال نماید. توجه کنید که تحلیل های شما و مقایسه نتایج در گزارش از اهمیت ویژه ای برخوردار می باشد.

توجه: فایل گزارش در فرمت pdf را در قسمت مربوطه بارگزاری نموده و همچنین کدهای نوشته شده در MATLAB را در یک فولدر با نام خانوادگی خود قرار داده و پس از فشردن سازی در قسمت مربوطه دیگر ارسال نمایید. به پاسخ ها و کدهای مشابه نمره ای تعلق نمی گیرد.

\*\*\*\*\*

چند جمله ای زیر را به عنوان تابع توصیف کننده یک سیستم در نظر بگیرید.

$$y = 2 + 3u^2 + u^4 - u^5 + 4u^7$$

تمام اطلاعاتی که ما از ساختار سیستم ( $y = f(x)$ ) داریم این است که یک چندجمله ای با درجه کمتر از ۱۰ می باشد. بنابراین خانواده مدل سیستم مورد نظر ساختاری به صورت زیر دارد:

$$\hat{y} = \theta_0 x_0 + \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 + \dots + \theta_8 x_8 + \theta_9 x_9$$

که در آن  $x_i = u^i$  برای شروع، یک بردار شامل ۱۰۰۰ عدد تصادفی (random) بر اساس یک توزیع یکنواخت در بازه ۱- تا ۱ به عنوان ورودی سیستم انتخاب کنید. سپس خروجی سیستم را به ازای این ورودی ها محاسبه نمایید تا ۱۰۰۰ مشاهده، کامل گردد. تعداد ۳۰۰ عدد از این داده های جفت شده را برای تست مدل بدست آمده کنار گذاشته و بقیه را برای تخمین پارامترها استفاده می کنیم.

۱- فرض کنید که ساختار مدل شبیه به ساختار سیستم باشد (مدل پایین). فرض کنید که پارامتر  $\theta_4$  یعنی ضریب  $u^4$  تغییر پذیر با زمان بوده و در حالی که زمان یادگیری از ۰ تا ۷۰۰ افزایش می یابد، مقدار آن از ۱ به ۲ تغییر می یابد (به صورت تابع شیب). توجه کنید در این حالت باید داده ها را به صورت آنلاین از معادله سیستم بگیرید. اکنون سعی کنید مجدداً با استفاده از روش RLS پارامترهای سیستم را تخمین بزنید. روند همگرایی  $\underline{\theta}(t)$  و  $\|\underline{P}(t)\|$  و نمودار خطای MSE برای داده های تست به ازای هر مرحله یادگیری را ترسیم نمایید. درباره کارایی روش و نتایج بدست آمده بحث نمایید. توجه: برای محاسبه  $\|\underline{P}(t)\|$  در MATLAB از دستور  $\text{norm}(P(t))$  استفاده نمایید.

$$\hat{y} = \theta_0 x_0 + \theta_2 x_2 + \theta_4 x_4 + \theta_5 x_5 + \theta_7 x_7$$

۲- حال قصد داریم با استفاده از روش فاکتور فراموشی (Forgetting Factor) نتایج تخمین در سوال ۱ را بهبود بخشیم. مقدار فاکتور فراموشی را به نحوی انتخاب کنید که بهترین نتایج حاصل گردد. روند همگرایی  $\underline{\theta}(t)$  و  $\|\underline{P}(t)\|$  و نمودار خطای MSE برای داده های تست به ازای هر مرحله یادگیری را ترسیم نموده و نتایج را مقایسه کنید.

۳- اکنون به معادله سیستم یک نویز گوسی با میانگین صفر و واریانس  $\sigma^2$  اضافه نمایید.

$$y = 2 + 3u^2 + u^4 - u^5 + 4u^7 + n; \quad n \sim N(0, \sigma^2)$$

در شرایط جدید دو نویز مختلف با واریانس کوچک و بزرگ انتخاب کرده و اثر اضافه شدن نویز را بر نتایج تخمین قسمت های ۱، ۲ بررسی نموده و نتایج حالت های با نویز و بدون نویز را در کنار هم مقایسه نمایید (مقایسه جدولی و نموداری).

۴- در این مرحله قصد داریم تا مسئله را با استفاده از روش OLS (Orthogonal Least Square) برای سیستم بدون نویز حل کرده و تعداد رگرسورهای بهینه را به دست آوریم. بدین منظور تعداد رگرسورها را از یک تا ده تا افزایش داده و تغییرات خطای خروجی بر حسب افزایش تعداد رگرسورها را ترسیم نمایید. یک شرط مناسب برای جداسازی رگرسورهای مهم تر از بقیه بگذارید. آیا ساختار بدست آمده همانی است که شما با توجه به سیستم انتظار داشتید؟ با کنار گذاشتن رگرسورهای غیرمهم، چه مقدار خطا باید صرف نظر گردد؟

۵- اکنون سوال ۴ را به همراه نویز شرح داده شده در سوال ۳ در نظر گرفته و مجدداً مساله OLS را به طور کامل حل نمایید و نتایج را با سوال ۴ مقایسه نمایید.

موفق باشید