

بسمه تعالی



مجموعه سوالات آمار و احتمال مهندسی

1393

گروه ریاضی دانشگاه آزاد اسلامی واحد خمینی شهر

آمار(میان ترم)

۱- جدول فراوانی زیر را در نظر بگیرید:

طبقات	۳-۵	۵-۷	۷-۹	۹-۱۱	۱۱-۱۳	۱۳-۱۵
فراوانی	۲	۳	۷	۴	۱۳	۱

الف- میانگین، میانه و نما را به دست آورید.

ب- انحراف معیار را محاسبه کنید

ج- هیستوگرام، نمودار دایره‌ای و چندبر فراوانی را رسم کنید.

۲- اگر بدانیم یک نمونه n تایی x_1, x_2, \dots, x_n دارای $S^2 = 16$ و $\bar{X} = 20$ باشد، در کدام یک از حالات زیر CV کمتر است.

الف- به هر داده، میانگین اضافه کنیم.

ب- به هر داده، سی درصد مقدار خود آن داده را اضافه کنیم.

۳- الف- جدول فراوانی زیر را تکمیل کنید:

ب- هیستوگرام، نمودار دایره‌ای و چندبر فراوانی را رسم کنید.

ج- میانگین، میانه و نما را به دست آورید.

د- انحراف معیار و انحراف متوسط را محاسبه کنید.

طبقات	نماینده	فراوانی	فراوانی نسبی	فراوانی تجمعی	فراوانی نسبی تجمعی
۲۰-۲۵		۳			
			۰/۱۵		
				۱۹	
					۰/۸۵
				۳۸	
جمع		۴۰			

۴- یک دسته از دانشجویان در دو امتحان شرکت کرده‌اند و خلاصه‌ی نتایج به صورت زیر است:

میانگین نمرات دو امتحان به ترتیب ۶۰ و ۷۰ و انحراف معیار نمرات به ترتیب ۶ و ۹ می‌باشد.

الف- کدام کلاس را ترجیح می‌دهید؟

ب- علی در هر دو امتحان نمره ۶۵ دریافت کرده است. علی در کدام درس قوی تر است؟

احتمال(میان ترم)

۵- شخصی که در جایگاه بنزین توقف می کند، بازمینی لاستیکهای ماشین را با احتمال $0/12$ و بازمینی روغن ماشین را با احتمال $0/29$ و بازمینی هر دو را با احتمال $0/07$ تقاضا می کند.

الف) احتمال اینکه این شخص درخواست بازمینی لاستیک یا روغن ماشینش را داشته باشد، بیابید.
ب) احتمال اینکه این شخص هیچکدام از بازمینی ها را درخواست نکند را بیابید.

۶- یک تیرانداز هدفی را با احتمال $\frac{3}{4}$ می زند. اگر شلیکهای متوالی را مستقل فرض کنیم، پیدا کنید احتمال به دست آوردن

الف) یک اصابت و در پی آن دو عدم اصابت
ب) دو اصابت در سه شلیک

۷- چهار زوج برای سینما ۸ بلیط در یک ردیف خریداری کرده اند.

الف) احتمال اینکه هر زوج پهلوی یکدیگر بنشینند را بیابید.
ب) احتمال اینکه تمام آقایان پهلوی هم و در سمت راست خانمها بنشینند را بیابید.

۸- سه نفر به طور مستقل در کشف پیام های رمز کار می کنند. احتمال کشف رمز بر حسب تجربه ای که از آنها داریم، به ترتیب $0/2$ ، $0/3$ و $0/25$ است. احتمال این که پیام رمز توسط آنها کشف شود؟

۹- در یک دانشگاه وزن $0/4$ مردان و $0/1$ زنان از 60 کیلوگرم بیشتر است و می دانیم $0/6$ از دانشجویان زن می باشند. دانشجویی را به تصادف انتخاب کرده وزن او از 60 کیلوگرم بیشتر است. مطلوب است محاسبه احتمال اینکه این دانشجو زن باشد.

۱۰- در استان معینی، دودزدایی ۲۵ درصد تمام اتومبیلها بیش از حد عادی است. در آزمون دودزدایی وسایل نقلیه استان، اتومبیلی که بیش از حد دود تولید می کند با احتمال $0/99$ مردود می شود و اگر اتومبیلی که دودزدایی آن بیش از حد عادی نیست با احتمال $0/17$ در این آزمون رد شود، احتمال اینکه اتومبیلی که در آزمون رد می شود واقعاً اتومبیلی باشد که دودزدایی آن بیش از حد عادی است چقدر است؟

متغیرهای تصادفی

۱۱- انجمنی دارای ۲ زن و ۷ مرد است. تابع احتمال را در یک نمونه دو تایی به گونه ای بنویسید که X نشان دهنده زنان انتخاب شده باشد. امید ریاضی X را محاسبه کنید.

۱۲- تعداد تراکتورهای فروخته شده کارخانه تراکتورسازی در 120 روز به این شرح می باشد:

تعداد تراکتورهای فروخته شده	۲	۳	۴	۵	۶	۷
تعداد روزها	۱۸	۲۷	۳۰	۱۵	۱۸	۱۲

الف) تابع احتمال تعداد فروش را تعیین کنید.

ب) احتمال اینکه در یک روز کمتر یا مساوی 5 تراکتور فروخته شود، چقدر است؟

ج) امید ریاضی و انحراف معیار تعداد فروش را به دست آورید.

۱۳- آیا این تابع می تواند به عنوان تابع احتمال یک متغیر تصادفی به کار رود؟ چرا؟

$$f(x) = \frac{x+1}{20} \quad x = 1, 2, 3, 4, 5$$

۱۴- توزیع احتمال متغیر تصادفی گسسته زیر را در نظر بگیرید:

x	۱	۲	۳	۴	۵	۶
$P(x)$	۰/۱۵	۰/۲	۰/۳	۰/۱	a	۰/۱۵

الف- a را بیابید.

ب- احتمال اینکه X عددی فرد باشد.

ج- $E(X)$ را بیابید.

۱۵- تابع توزیع تجمعی زیر را در نظر بگیرید:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 2 \\ \frac{2}{27} \left(\frac{1}{2}x^2 + x - 4 \right) & 2 \leq x < 5 \\ 1 & 5 \leq x \end{cases}$$

الف- تابع چگالی احتمال را بیابید.

ب- امید ریاضی و واریانس را محاسبه کنید.

۱۶- اگر متغیر تصادفی X دارای تابع چگالی احتمال زیر باشد،

الف- c را بیابید.

$$f(x) = \begin{cases} cx & 0 < x < 3 \\ c(6-x) & 3 \leq x < 6 \\ 0 & x \leq 0, x \geq 6 \end{cases}$$

ب- تابع توزیع X را پیدا کنید. (۱ نمره)

ج- $P(2 < X < 4)$ را بیابید. (۱ نمره)

د- $E(X)$ را محاسبه کنید. (۱ نمره)

۱۷- اگر متغیر تصادفی X دارای تابع چگالی احتمال زیر باشد،

$$f(X) = \begin{cases} x & 0 < x < 1 \\ c-x & 1 \leq x < 2 \\ 0 & x \leq 0, x \geq 2 \end{cases}$$

الف- c را بیابید. (۱ نمره)

ب- تابع توزیع X را پیدا کنید. (۱ نمره)

ج- $P\left(\frac{1}{2} < X < \frac{3}{2}\right)$ را بیابید. (۱ نمره)

د- $E(X)$ را محاسبه کنید. (۱ نمره)

۱۸- اگر متغیر تصادفی X دارای تابع چگالی احتمال زیر باشد،
الف- a را بیابید.

$$f(x) = \begin{cases} a(x-1) & 1 < x < 2 \\ 0 & x \leq 1, x \geq 2 \end{cases}$$

ب- $E(X)$ را محاسبه کنید.

۱۹- اگر متغیر تصادفی X دارای تابع چگالی احتمال زیر و $E(X) = \frac{3}{5}$ باشد،

الف- a و b را بیابید. (۲ نمره)

$$f(x) = \begin{cases} a + bx^2 & 0 < x < 1 \\ 0 & x \leq 0, x \geq 1 \end{cases}$$

ب- تابع توزیع X را پیدا کنید. (۱ نمره)

ج- $Var(X)$ را محاسبه کنید. (۱ نمره)

۲۰- بین ۱۲۰ نفر متقاضی شغلی، فقط ۸۰ نفر واجد شرایط هستند. اگر ۶ نفر از متقاضیان به تصادف برای مصاحبه انتخاب شوند، احتمال اینکه فقط ۲ نفر از ۶ نفر واجد شرایط باشند چقدر است؟

۲۱- یک شرکت نوعی قند را در جعبه هایی بسته بندی می کند که وزن خالص قند دارای توزیع نرمال با میانگین ۱۰۰ و انحراف معیار ۸ گرم است و وزن جعبه ها دارای توزیع نرمال با میانگین ۲۰ و انحراف معیار ۶ گرم است.

الف- احتمال اینکه وزن خالص قند در یک جعبه از ۹۲ گرم بیشتر باشد، چیست؟

ب- احتمال اینکه وزن خالص جعبه از ۳۰ گرم بیشتر باشد، چیست؟

۲۲- فرض کنید به طور متوسط ۸ تاکسی در یک ساعت به یک ایستگاه وارد می شوند.

الف- احتمال این که در نیم ساعت اول حداقل یک تاکسی وارد ایستگاه شود؟ (۱ نمره)

ب- احتمال آن که زمان بین ورود دو تاکسی بیشتر از ۱۵ دقیقه شود؟ (۱ نمره)

۲۳- فرض کنید ۲۰٪ از مصرف کنندگان پودرهای شوینده، مصرف کننده مارک دریا هستند. اگر ۱۰ مصرف کننده

انتخاب شوند، می خواهیم بدانیم هر یک از این احتمالات چقدر است.

الف) ۳ مصرف کننده مشتری مارک دریا باشند.

ب) حداقل ۲ و حداکثر ۵ مصرف کننده مشتری مارک دریا باشند.

۲۴- طبق تجارب گذشته مشخص شده است که ۰.۰۱٪ از مسافران قطار بلیت خود را پس می دهند. اگر امروز

۲۵۰ نفر بلیت گرفته باشند، این احتمالات را محاسبه کنید:

الف) ۵ نفر بلیت خود را پس دهند. ب) کمترین مساوی ۳ نفر بلیت خود را پس دهند.

۲۵- زمان لازم برای انجام دادن کارهای بانکی یک مشتری به طور متوسط ۱۱۰ ثانیه با انحراف معیار ۳۵ ثانیه است که به صورت نرمال توزیع شده است. کار ۸۵٪ از مراجعہ کنندگان به این بانک در چه دامنه ای در دو طرف میانگین زمان مراجعہ قرار می گیرد؟

۲۶- یک ماشین اتوماتیک پرکننده شیشه های روغن مایع به طور متوسط مقدار μ لیتر روغن را به داخل شیشه می ریزد. اگر میزان روغن ریخته شده به داخل شیشه ها دارای توزیع نرمال با واریانس $\sigma^2 = 0.01$ لیتر باشد، ماشین را برای چه میانگینی باید تنظیم کرد تا شیشه هایی که $2/25$ لیتر گنجایش دارند در ۹۹٪ موارد سرریز نشوند؟

۲۷- در یک شهر، متوسط بارندگی در بهمن ماه $3/53$ اینچ است. اگر فرض شود که میزان بارندگی دارای توزیع نرمال با انحراف معیار $1/0.3$ اینچ است، پیدا کنید احتمال اینکه بهمن ماه آینده در این شهر میزان بارندگی الف) کمتر از 0.72 اینچ باشد.
ب) بیشتر از 2 اینچ و کمتر از 3 اینچ باشد.
ج) بیشتر از $5/3$ اینچ باشد.

۲۸- طول عمر کامپیوترهای تولیدی کارخانه ای دارای توزیع نرمال با میانگین ۷ سال و انحراف معیار ۲ سال است. اگر یک شرکت تجاری بزرگ ۱۴ عدد از این کامپیوترها را خریداری کند، احتمال اینکه حداقل ۴ عدد از این کامپیوترها بیشتر از ۸ سال عمر کنند چقدر است؟

۲۹- سن کارگران کارخانه ای دارای توزیع نرمال با میانگین ۳۵ سال و انحراف معیار ۱۲ سال است. اگر خط مشی شرکت بازنشسته کردن تمام افرادی باشد که بیش از ۵۵ سال سن دارند، چند درصد از کارگران بازنشسته می شوند.

۳۰- زمان لازم برای تعمیر سیستم نیروی محرکه یک نوع ماشین دارای توزیع نرمال با میانگین ۴۸ دقیقه و واریانس ۲۵ است. تعمیرکار به راننده آن می گوید که زمان تعمیر حداکثر یک ساعت طول می کشد. محاسبه کنید:
الف) احتمال غلط بودن این ادعا چقدر است؟
ب) اگر این تعمیرکار با ۹۸ درصد اطمینان بخواهد مدت تعمیری را مشخص کند، آن مدت چقدر خواهد بود؟

۳۱- یک آزمون زبان انگلیسی شامل ۲۰ تست ۵ پاسخی است که در هر تست، تنها یک پاسخ صحیح می باشد، شخصی که اصلاً انگلیسی نمی داند در این آزمون شرکت می کند و تست ها را به تصادف پاسخ می دهد.
الف- احتمال این که دقیقاً ۱۰ تست را پاسخ صحیح بدهد؟
ب- به طور متوسط انتظار دارید چند تست را پاسخ صحیح بدهد؟

۳۲- فرض کنید وزن آهن موجود در یک کیلوگرم سنگ آهن یک معدن متغیر تصادفی X توزیع نرمال با میانگین هشت و انحراف معیار مجهول σ گرم می باشد.
الف) احتمال اینکه در یک کیلوگرم سنگ آهن بین پنج تا یازده گرم آهن وجود داشته باشد را به دست آورید.

ب) اگر $p(X > 5.6) = 0.2877$ مقدار σ را بیابید.

۳۳- طول قطعات تولیدی یک کارخانه دارای توزیع نرمال با میانگین $12/2$ و انحراف معیار $0/2$ می باشد. اگر طول قطعه تولیدی بزرگتر از $12/4$ باشد، قطعه قابل بازیافت و اگر کمتر از $11/8$ باشد، ضایعات محسوب می شود.

الف- چند درصد قطعات قابل بازیافت هستند؟

ب- چند درصد قطعات دارای طولی بین $11/8$ و $12/4$ قرار می گیرند؟

۳۴- معلم فراموشکاری به خاطر نمی آورد که کدام یک از 12 کلیدی که در دست دارد، مربوط به دفتر کار اوست. اگر کلیدها را به تصادف و با جایگذاری امتحان کند، احتمال اینکه دفتر کارش پس از سه امتحان باز شود؟

۳۵- در یک بسته 5000 تایی از تولیدات قطعه توسط یک کارخانه، 1000 قطعه خراب است. اگر یک مشتری 10 قطعه خریداری کند، احتمال آن که حداقل 3 قطعه می معیوب داشته باشد.

۳۶- احتمال تاثیر بد تزریق آمپول خاص روی فردی، $0/0001$ است. احتمال این که از بین 100000 نفر، حداقل 3 نفر متحمل تاثیر بد آمپول شوند چقدر است؟

۳۷- طول عمر موتورهای ساخته شده توسط کارخانه ای بر حسب سال دارای توزیع نرمال با میانگین 10 سال و انحراف معیار 2 سال است فرض کنید کارخانه سازنده موتورها را به مدت 6 سال ضمانت کرده است..

الف- چند درصد موتورهای فروخته شده باید تعویض شوند؟

ب- مدت ضمانت جقدر باید باشد تا حداکثر یک درصد موتورهای فروخته شده تعویض گردند؟

۳۸- مشتریان یک فروشگاه به طور متوسط 6 نفر در ساعت مراجعه می کنند.

الف- اگر مغازه در ساعت $9:30$ صبح باز شود، احتمال این که تا ساعت 10 صبح دقیقاً یک نفر مراجعه کند، چقدر است؟

ب- احتمال این که زمان بین دو ورود مشتری حداکثر 15 دقیقه باشد، چقدر است؟

رگرسیون

۳۹- برای زوج داده های زیر مقادیر a و b را در مدل رگرسیون $Y = a + bx$ بیابید.

x	۱۰	۸	۱۲	۶	۹
y	۱۲	۵	۱۳	۸	۷

۴۰- برای تعیین رابطه بین میزان درآمد پدر (X) و میزان درآمد پسر (Y)، نمونه ای تصادفی شامل 6 نفر انتخاب و

نتایج زیر به دست آمده است.

میزان درآمد پدر	۶	۱۳	۲۷	۱۵	۹	۱۱
میزان درآمد پسر	۲۹	۹۳	۱۵۹	۹	۶۶	۹۰

الف- برآورد خط رگرسیون را به دست

آورید.

ب- ضریب همبستگی را بیابید و تفسیر کنید.

۴۱- آزمایشی به منظور تاثیر داروی معین در میزان ضربان قلب در افراد بالغ انجام شده است. اطلاعات در جدول

زیر خلاصه شده است.

مقدار داروی تجویز شده	۰/۵	۰/۷۵	۱/۲۵	۱/۵	۲	۲/۲۵	۲/۵	۳	۳/۲۵	۳/۵
تعداد ضربان قلب	۱۰	۸	۱۲	۱۴	۱۲	۱۸	۱۷	۱۸	۲۰	۲۱

الف- برآورد خط رگرسیون را به دست آورید.

ب- ضریب همبستگی را بیابید و تفسیر کنید.

فاصله به کیلومتر	۶	۱۳	۲۷	۱۵	۹	۱۱
هزینه حمل	۲۹	۹۳	۱۵۹	۹	۶۶	۹۰

۴۲- برای تعیین رابطه بین هزینه حمل یک

کالا و فاصله فروشگاه از محل توزیع کالا،

نمونه ای تصادفی شامل ۶ فروشگاه که این

کالا را عرضه می کنند، انتخاب و نتایج زیر به دست آمده است.

الف- برآورد خط رگرسیون هزینه حمل کالا بر حسب فاصله را به دست آورید.

ب- ضریب همبستگی را بیابید و تفسیر کنید.

درجه حرارت	۰/۵	۱/۱	۱/۵	۲	۲/۵	۳/۵
میزان دوام	۴۰	۴۱	۴۳	۴۴	۴۵	۴۵

۴۳- درجه حرارت (X) شش نوع آلیاژ و

میزان دوام (Y) آن ها در جدول زیر آمده

است.

الف- نمودار را رسم و تفسیر کنید.

ب- برآورد خط رگرسیون میزان دوام بر حسب درجه حرارت را به دست آورید.

متغیرهای تصادفی دو بعدی (برق)

۴۴- تابع چگالی احتمال توام زیر را در نظر بگیرید:

الف- a را بیابید.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2}xy & 0 < x < y < a \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

ب- $P(X + Y \leq 1)$ را پیدا کنید.

y / x	۱	۲
۰	$\frac{1}{25}$	$\frac{4}{25}$
۱	$\frac{2}{25}$	$\frac{5}{25}$
۲	$\frac{5}{25}$	$\frac{8}{25}$

۴۵- تابع احتمال توام متغیرهای تصادفی X و Y به صورت زیر

است:

الف- $E(X)$ و $Var(X)$ را بیابید.

ب- استقلال X و Y را بررسی کنید.

ج- ضریب همبستگی بین X و Y را به دست آورده و تفسیر کنید.

د- امید و واریانس $X|Y=1$ را به دست آورید.

ه- اگر $S = -2X + 3Y$ ، امید و واریانس S را بیابید.

y / x	۱	۲
۰	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
۱	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$
۲	۰	$\frac{1}{6}$

۴۶- تابع احتمال توام متغیرهای تصادفی X و Y به صورت زیر است:

الف- $E(X)$ و $Var(X)$ را بیابید.

ب- استقلال X و Y را بررسی کنید.

ج- ضریب همبستگی بین X و Y را به دست آورده و تفسیر کنید.

د- امید و واریانس $X|Y=1$ را به دست آورید.

۴۷- محموله ای شامل ۶ دستگاه است که دو تای آن آسیب دیده است. به طور تصادفی ۳ دستگاه این محموله خریداری می شود. اگر تعداد دستگاه های آسیب دیده ای که خریداری شده را با X و تعداد دستگاه های سالم را با Y نشان دهیم،

الف- تابع احتمال توأم X و Y را به دست آورید.

کوواریانس آنها را محاسبه کرده و معنی آن را بیان کنید.

۴۸- از داخل جعبه ای که شامل ۳ توپ آبی، ۲ توپ قرمز و ۴ توپ سبز است، ۲ توپ به تصادف و بدون جایگذاری انتخاب می کنیم. اگر X و Y به ترتیب تعداد توپ آبی و قرمز در نمونه باشد،

الف- تابع احتمال توام متغیرهای تصادفی X و Y را بیابید.

ب- $E(X)$ و $Var(X)$ را بیابید.

ج- استقلال X و Y را بررسی کنید.

د- ضریب همبستگی بین X و Y را به دست آورده و تفسیر کنید.

y / x	۱	۲	۳
۰	۰/۱۸	۰/۱۸	۰/۰۱
۱	۰/۱۲	۰/۱۶	۰/۱۶
۲	۰	۰/۰۶	۰/۱۳

۴۹- تابع احتمال توام متغیرهای تصادفی X و Y به صورت زیر است:

الف- $E(X)$ و $Var(X)$ را بیابید.

ب- استقلال X و Y را بررسی کنید.

ج- ضریب همبستگی بین X و Y را به دست آورده و تفسیر کنید.

د- امید و واریانس $X|Y=1$ را به دست آورید.

۵۰- اگر X نسبت اشخاصی باشد که برای خرید یک نوع کالا تقاضای کتبی می فرستند، Y نسبت اشخاصی باشد که برای خرید نوع دیگر کالا تقاضای کتبی می فرستند و تابع احتمال توأم X و Y به صورت زیر

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2}{5}(x+4y) & 0 < x < 1 \text{ و } 0 < y < 1 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

الف) احتمال اینکه حداقل ۳۰ درصد برای اولین نوع کالا تقاضا بفرستند.

ب) احتمال اینکه حد اکثر 50 درصد برای دومین نوع کالا تقاضای کتبی بفرستند، به شرط آن که 20 درصد برای کالای نوع اول درخواست فرستاده باشند.

۵۱- تابع چگالی احتمال توام زیر را در نظر بگیرید:

$$f(x, y) = \begin{cases} kx(x+y) & 0 < x < 1 \quad 0 < y < 2 \\ 0 & \text{الف- } k \text{ را بیابید.} \end{cases}$$

ب- $P\left(X > \frac{1}{2}, Y \leq 1\right)$ را پیدا کنید.

ج- $E(X)$ را بیابید