

تمرین

۱. با استفاده از تعریف مشتق، مشتق توابع زیر را در نقطه داده شده محاسبه کنید.

- 1)  $f(x) = 3x - 1$  ,  $x = 2$       5)  $f(x) = \frac{1}{x}$  ,  $x = 2$   
 2)  $f(x) = x^2 - 3x$  ,  $x = 1$       6)  $f(x) = \sqrt{2x+1}$  ,  $x = 4$   
 3)  $f(x) = x^3 + 3x$  ,  $x = 1$       7)  $f(x) = \cos t$  ,  $t = \frac{\pi}{2}$   
 4)  $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$  ,  $x = 0$       8)  $f(x) = \sin t$  ,  $t = 0$

۲. با استفاده از تعریف مشتق، تابع مشتق را برای توابع زیر بیابید.

- 1)  $f(x) = x^2 + 2x - 1$       2)  $f(x) = x^3 + 1$   
 3)  $f(x) = \frac{x}{x+1}$       4)  $f(x) = \sqrt{2x-1}$

۳. مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن اجباری نمی باشد)

- 1)  $y = (5x^2 - 8x + 6)^4$       2)  $y = (x-4)^2(5x^2 + 3x)$       3)  $y = \frac{(3x^2 - 4)^{-3}}{(2x-1)^{-4}}$   
 4)  $y = \sqrt[5]{3x^3 - 5x^2 + 1} + \sqrt[3]{(3x+1)^2}$       5)  $y = \frac{\sin^3 x + 5}{\cos x}$       6)  $y = \sin\left(\frac{\sqrt[3]{x^2}}{x+1}\right)$   
 7)  $y = 4^{\sin x} + \ln(3x^2 + 4x)$       8)  $y = \ln(\ln(x+1))$       9)  $y = \sqrt{\sin(2x - x^2)}$   
 10)  $y = (2x+2)^3 - \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$       11)  $y = \ln(\tan^{-1} 2x)$       12)  $y = \sin^{-1}(\sqrt{1-x^2}) + \cos(3^{x^2})$   
 13)  $y = (x+1)^3 e^{5x+1}$       14)  $y = \ln^3(x^2 + 4x^3)$       15)  $y = \sec^2 x - \csc^2 x$

۴. مشتق پذیری تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & x \geq 0 \\ 2x^2 - x & x < 0 \end{cases}$  را در نقطه  $x = 0$  بررسی کنید.

۵. مشتق پذیری تابع  $f(x) = \begin{cases} 3-2x & x \geq 1 \\ 2-x & x < 1 \end{cases}$  را در نقطه  $x = 1$  بررسی کنید.

۶. مشتق پذیری تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x \geq 1 \\ 2-x & x < 1 \end{cases}$  را در نقطه  $x = 1$  بررسی کنید.

۷. مشتق پذیری تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \geq 0 \\ 1+x \sin x & x < 0 \end{cases}$  را در نقطه  $x = 0$  بررسی کنید.

۸. مشتق پذیری تابع  $f(x) = (x-1)[x]$  را در نقطه  $x = 1$  بررسی کنید.

● مشتق پذیری تابع  $f(x) = |x^2 - 1|$  را در نقطه  $x = 1$  بررسی کنید.

۱۰. مشتق تابع  $f \circ g$  را بدست آورید.

1)  $f(x) = 2^{x-1}$

$g(x) = 1 + \sin x$

●  $f(x) = \sqrt{x}$

$g(x) = x^3 + 3x - 1$

۱۱. اگر  $f(x) = x^2 - 5x$  مشتق تابع  $y = f(\cos x)$  را محاسبه کنید.

۱۲. مشتق توابع پارامتری زیر را نسبت به  $x$  بدست آورید.

1)  $\begin{cases} y = 3 \sin(2t - 1) \\ x = e^{3t+1} \end{cases}$

2)  $\begin{cases} y = 3t^2 - t + 1 \\ x = t^3 + t \end{cases}$

3)  $\begin{cases} y = 1 + \sin \alpha \\ x = 3 \cos \alpha - 1 \end{cases}$

4)  $\begin{cases} x = \frac{t}{1+t} \\ y = \ln(t+1) \end{cases}$

5)  $\begin{cases} x = \sec t \\ y = t \cos t \end{cases}$

6)  $\begin{cases} x = t \sqrt{2t+5} \\ y = \sqrt[3]{4t} \end{cases}$

۱۳. مشتق توابع ضمنی زیر را بدست آورید.

●  $5x^2 + 3xy + y^3 - x + 2 = 0$

●  $x \sin 2y + 4y \sin 3x = x^2 y^3$

3)  $(x+y)^3 + \sin^{-1} y = x^3$

4)  $e^{2x+y} + e^y - 5x^3 y^4 = 0$

5)  $e^y = \ln(x^3 + 3y)$

6)  $\cos^{-1} 2y + x^2 = y$

● معادله خط مماس و قائم بر منحنی تابع  $y = x^2 + 3x - 1$  را در نقطه ای به طول 0 واقع بر نمودار آن بدست آورید.

۱۵. معادله خط مماس و قائم بر منحنی تابع  $y = \tan^2 x$  را در نقطه ای به طول  $\frac{\pi}{4}$  واقع بر آن بنویسید.

۱۶. معادله خط مماس و قائم بر منحنی تابع  $y = x^2 - 2x - 3$  را در نقطه ای به طول 0 واقع بر آن بنویسید.

۱۷. معادله خط مماس و قائم بر منحنی تابع  $y = \ln(4x^2 - 3)$  را در نقطه ای به طول 1 واقع بر آن بنویسید.

۱۸. معادله خطی را بنویسید که بر منحنی  $y = 2x^2 + 3$  مماس بوده و با خط  $8x - y + 3 = 0$  موازی باشد.

۱۹. معادله خطی را بنویسید که بر منحنی  $y = 2x^2 + 3$  مماس بوده و با خط  $8x - y + 3 = 0$  موازی باشد.

۲۰. نقاطی از منحنی  $y = x^3 - 3x + 1$  را بیابید که خطوط مماس بر نمودار در آن نقاط موازی خط  $y = 9x - 5$  باشد.

۲۱. معادله خط قائم بر منحنی  $f(x) = 2 \sin x - 4 \cos x$  در نقطه ای به طول  $x = \frac{\pi}{3}$  واقع بر منحنی را بیابید.

۲۲. طول نقاطی از منحنی  $f(x) = x^3 + x + 1$  که مماس بر آنها بر خط  $x + 4y = 0$  عمود باشد را بیابید.

۲۳. معادله خط قائم بر منحنی تابع  $y = \frac{x+1}{2x-1}$  را در نقطه ای به طول  $x = 0$  واقع بر آن بنویسید.

۲۴. با استفاده از جدول تغییرات نمودار تابع  $y = x^2 - 2x - 3$  رارسم کنید.

● با استفاده از جدول تغییرات نمودار تابع  $y = x^3 - 3x^2 + 1$  رارسم کنید.

۲۶. با استفاده از جدول تغییرات نمودار تابع  $y = x^4 - 2x^2 + 12$  رارسم کنید.

۲۷. با استفاده از جدول تغییرات نمودار تابع  $y = x^2 - 2x - 3$  رارسم کنید.

● با استفاده از جدول تغییرات نمودار تابع  $y = x^3 - 2x^2 - \frac{3}{4}x + 1$  رارسم کنید.

۲۹. با استفاده از قاعده هوییتال، حد های زیر را محاسبه کنید.

1)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$

2)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x} + 3}{x^2 - 1}$

●  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$

●  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$

5)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{3x^2}$

6)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$

7)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$

●  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x}$

●  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^4 - 10x^2 + 5}{2x^5 - 5x^2 + 3}$

۳۰. دیفرانسیل تابع  $f(x) = \cos 2x$  را در نقطه  $x = \frac{\pi}{4}$  وقتی  $x$  به اندازه 0.1 نمو کند را پیدا کنید.

۳۱. نمو تقریبی تابع  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 1}$  را در نقطه  $x = 3$  وقتی  $x$  به اندازه 0.1 نمو کند را پیدا کنید.

۳۲. دیفرانسیل توابع زیر را بدست آورید.

●  $f(x) = 2x^3 - x + \cos x$

●  $f(x) = \ln 2x - e^x + \sqrt{3}$

3)  $f(x) = \text{Arccos } 4x + \sqrt{x^2 + \sin x}$

4)  $f(x) = \frac{1}{(x^2 - 1)^5}$

۳۳. به کمک دیفرانسیل مقدار تقریبی  $\sqrt[3]{10}$  را بیابید.

● به کمک دیفرانسیل مقدار تقریبی  $\sin 31^\circ$  را بیابید.

۳۵. به کمک دیفرانسیل مقدار تقریبی  $\cos 58^\circ$  را بیابید.

۳۶. به کمک دیفرانسیل مقدار تقریبی  $\text{Arctan}(0.9)$  را بیابید.